



# Cours de Model Checking

## Leçon 4 : Software Model Checking

Sébastien Bardin

CEA-LIST, Laboratoire de Sûreté Logicielle

`sebastien.bardin@cea.fr`

`http://sebastien.bardin.free.fr/`

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- Introduction
- Préambule
- Raisonnement borné
- Model checking abstrait
- Abstraction de prédicat et raffinement
- Disgressions



## Model Checking

### Technique de vérification automatique de systèmes réactifs

#### Ingrédients

- $\mathcal{M}$  = système de transitions
- $\varphi$  = formule de logique temporelle (LTL, CTL, CTL\*, etc.)
- MC = est-ce que  $\mathcal{M} \models \varphi$  ?

#### Algorithmes déjà vus

- algos standards (LTL : automates – CTL : marquage)
- algos optimisés (LTL : on-the-fly, etc. – CTL : symbolique)

Comment attaquer des systèmes infinis, voir du logiciel ?

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

## Ingrédients

- domaine de valeurs symboliques  $D$  représentant des *ensembles* de configuration

$$\cdot \llbracket \cdot \rrbracket : D \mapsto 2^Q$$

- calculs symboliques sur  $D$  copiant les calculs ensemblistes sur  $2^Q$

$$\cdot \perp \text{ et } \top \text{ tels que } \llbracket \perp \rrbracket = \emptyset \text{ et } \llbracket \top \rrbracket = 2^Q$$

$$\cdot \llbracket d \sqcup d' \rrbracket = \llbracket d \rrbracket \cup \llbracket d' \rrbracket$$

$$\cdot \llbracket d \sqcap d' \rrbracket = \llbracket d \rrbracket \cap \llbracket d' \rrbracket$$

$$\cdot \llbracket \neg d \rrbracket = 2^Q \setminus \llbracket d \rrbracket$$

$$\cdot d \sqsubseteq d' \text{ ssi } \llbracket d \rrbracket \subseteq \llbracket d' \rrbracket$$

$$\cdot d = \perp \text{ ssi } \llbracket d \rrbracket = \emptyset$$

- calcul de pre et post symboliques (ici : toutes les transitions d'un coup)

$$\cdot \llbracket post^\#(d) \rrbracket = post(\llbracket d \rrbracket)$$

Avec ça : on refait le calcul d'accessibilité, version ensembliste

[On peut en fait faire tout CTL\*]



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Calcul symbolique d'accessibilité ( $d_I$  tq  $\llbracket d_I \rrbracket =$  états initiaux)

$d := d_I$

**Tant que**  $post^\#(d) \not\sqsubseteq d$  **faire**

$d := post^\#(d) \sqcup d$

**Fin Tant que**  
**retourner**  $d$

Remarque : ici juste besoin de  $\sqcup, post^\#, \sqsubseteq$

. CTL et CTL\* ont besoin des autres opérateurs

Le model checking symbolique ouvre de nombreuses possibilités !!

Les ensembles peuvent être infinis  $\{(x, y, z).x + y \geq z\}$

- model checking de systèmes infinis
- quelques beaux résultats (pushdown systems, automates temporisés, réseaux de Petri)

Les ensembles peuvent être approchés  $x \in [0..100]$  pour coder  $\{0, 65, 100\}$

- liens avec l'interprétation abstraite
- un exemple utile : predicate abstraction

Le software model checking se base extensivement sur ces idées



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



- Challenge : problème indécidable !!

- . idée 1 : maîtriser les abstractions

- yes/? — ?/no — yes/no/loop

- . idée 2 : identifier des sous-classes utiles

- Méthode : se ramener fortement à la logique

- . cadre général pour des domaines symboliques

- . progrès dans les solveurs : classes expressives et efficaces (en pratique)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

*Things like even software verification, this has been the Holy Grail of computer science for many decades but now in **some very key areas**, for example, driver verification we're building tools that can **do actual proof** about the software and how it works in order to guarantee the reliability.*

- Bill Gates (2002)



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- Introduction
- **Préambule**
- Raisonnement borné
- Model checking abstrait
- Abstraction de prédicat et raffinement
- Disgressions





Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

**Cas simple** : juste des variables entières a, b, c, d, ...

## Sémantique opérationnelle

- une configuration du système :  
  .  $c : \text{Var} \mapsto \mathbb{N}$
- une affectation modifie l'état mémoire :  
  .  $\text{ex} : z := a + b$   
  .  $c \xrightarrow{z:=a+b} c'$  ssi  $c' = c[z \leftarrow c[a] + c[b]]$
- un branchement teste l'état mémoire

## Sémantique relationnelle

- sémantique des instructions = des relations sur  $C \times C$
- lien entre variables avant et après l'instruction
- ok aussi pour des langages plus compliqués (mémoire, pointeurs, allocation dynamique, etc.)



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- Introduction
- Préambule
- **Raisonnement borné**
- Model checking abstrait
- Abstraction de prédicat et raffinement
- Disgressions



## Domaine symbolique basé sur des formules logiques ( $d = \varphi$ )

. ex :  $x \geq a + b \wedge y == load(Memory, z) + 1 \wedge \dots$

- $\llbracket d \rrbracket$  = ensemble des configurations  $c$  tq  $c \models d$
- union  $\sqcup : \vee$
- $empty(d) : unsat(d)$
- $d \sqsubseteq d' : valid(d \Rightarrow d')$
- calcul de  $post^\#$  ? De manière générale : on donne à chaque instruction  $t$  une relation logique  $\psi_t(in, out)$ 
  - .  $post_t^\#(\varphi(x)) \triangleq \exists x. \varphi(x) \wedge \psi_t(x, x')$
  - . on peut souvent faire des constructions plus simples

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Loc	Instruction
0	<code>input(y,z)</code>
1	<code>w := y+1</code>
2	<code>x := w + 3</code>
3	<code>if (x &lt; 2 * z) (branche True)</code>
4	<code>if (x &lt; z) (branche False)</code>

Prédicat du chemin (entrées  $Y_0$  et  $Z_0$ )

$\top$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Loc	Instruction
0	input(y,z)
1	$w := y+1$
2	$x := w + 3$
3	if ( $x < 2 * z$ ) (branche True)
4	if ( $x < z$ ) (branche False)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Prédicat du chemin (entrées  $Y_0$  et  $Z_0$ )

$$\top \wedge W_1 = Y_0 + 1$$



Loc	Instruction
0	input(y,z)
1	w := y+1
2	x := w + 3
3	if (x < 2 * z) (branche True)
4	if (x < z) (branche False)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Prédicat du chemin (entrées  $Y_0$  et  $Z_0$ )

$$\top \wedge W_1 = Y_0 + 1 \wedge X_2 = W_1 + 3$$



Loc	Instruction
0	input(y,z)
1	w := y+1
2	x := w + 3
3	if (x < 2 * z) (branche True)
4	if (x < z) (branche False)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Prédicat du chemin (entrées  $Y_0$  et  $Z_0$ )

$$\top \wedge W_1 = Y_0 + 1 \wedge X_2 = W_1 + 3 \wedge X_2 < 2 \times Z_0$$



Loc	Instruction
0	input(y,z)
1	w := y+1
2	x := w + 3
3	if (x < 2 * z) (branche True)
4	if (x < z) (branche False)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Prédicat du chemin (entrées  $Y_0$  et  $Z_0$ )

$$\top \wedge W_1 = Y_0 + 1 \wedge X_2 = W_1 + 3 \wedge X_2 < 2 \times Z_0 \wedge X_2 \geq Z_0$$





Loc	Instruction
0	input(y,z)
1	w := y+1
2	x := w + 3
3	if (x < 2 * z) (branche True)
4	if (x < z) (branche False)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Prédicat du chemin (entrées  $Y_0$  et  $Z_0$ )

$$\top \wedge W_1 = Y_0 + 1 \wedge X_2 = W_1 + 3 \wedge X_2 < 2 \times Z_0 \wedge X_2 \geq Z_0$$

**Alternative :**

let  $W_1 \triangleq Y_0 + 1$  in

let  $X_2 \triangleq W_1 + 3$  in

$$X_2 < 2 \times Z_0 \wedge X_2 \geq Z_0$$



attention : introduire une nouvelle variable logique à chaque nouvelle utilisation d'une variable du programme

- les “variables” du programme C peuvent être modifiées à chaque étape de l'exécution
- les “variables” logiques sont des inconnues, de valeur constante
- le renommage est nécessaire pour prendre en compte la dynamique de l'exécution
  - ▶ prédicat pour  $x := x+1$  ?
  - ▶  $X_{n+1} = X_n + 1$ , plutôt que  $X = X + 1$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

## Bounded model checking

- **principe** : utiliser l'approche précédente pour calculer une représentation exacte de  $post^{\leq k}(\text{Init})$ 
  - . approche naïve : énumérer les chemins et  $\forall$
- **propriétés**
  - . permet de réfuter un invariant  $I$  quand  $post^{\# \leq k}(\text{Init}) \wedge \neg \varphi_I$  est satisfiable
    - . par contre, ne peut pas prouver  $I$  ...
    - . remarque : la procédure est **correcte et complète** si les **chemins du programme sont bornés** (taille  $l$ ), et  $k \geq l$
- **Efficacité**
  - . attention à la taille de la formule !! [**#chemins exponentiel**]
  - . construction via forme ssa (partage), preprocessing, etc.
- **variante : exécution symbolique**
  - . résoud un seul chemin à la fois : formules simples
  - . MAIS problème de l'énumération de chemin



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



**input:** a program  $P$

**output:** a test suite  $TS$  covering all feasible paths of  $Paths^{\leq k}(P)$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- pick a path  $\sigma \in Paths^{\leq k}(P)$
- compute a *path predicate*  $\varphi_\sigma$  of  $\sigma$
- solve  $\varphi_\sigma$  for satisfiability
- SAT(s)? get a new pair  $\langle s, \sigma \rangle$
- loop until no more path to cover

[wpre, spost]

[smt solver]



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

**k-Induction** : prouver un invariant  $I$  avec un raisonnement borné

- **Principe de base** : on cherche à montrer que  $I$  est un **invariant inductif**
  - . invariant inductif :  $\text{Init} \subseteq I$  et  $\text{post}(I) \subseteq I$
  - . propriété : un invariant inductif est bien un invariant  
[invariant :  $\text{post}^*(\text{Init}) \subseteq I$ ]
- **Généralisation** : on essaie de montrer que  $I$  est k-inductif
  - .  $\text{Init}, \text{post}(\text{Init}), \dots, \text{post}^{k-1}(\text{Init}) \subseteq I$ ,
  - . et :  $\text{post}^k(I) \subseteq I$

**facile à vérifier symboliquement !** [mais invariant initial rarement k-inductif]



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- k-BMC est correct et complet pour k suffisant  
. car dans ce cas  $post^{\leq k}(Init) = post^*(Init)$
- on peut faire un BMC itératif, en augmentant k
- on peut aussi entrelacer k-BMC et k-induction, pour essayer de terminer plus rapidement

À retenir : la vérification formelle est simple pour des systèmes infinis dont les chemins sont bornés et peu nombreux



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 1 :

$$X_{n+1} = A_n + B_n$$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 1 :

$$X_{n+1} = A_n + B_n$$

Modèle mémoire sous-jacent : ensemble de variables  $\{A, B, X, \dots\}$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions





Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 1 :

$$X_{n+1} = A_n + B_n$$

Modèle mémoire sous-jacent : ensemble de variables  $\{A, B, X, \dots\}$

Bien mais ne pourra prendre en compte les pointeurs

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 2 : ajout d'un état mémoire  $M$

$store(M, addr(X), load(M, addr(A)) + load(M, addr(B)))$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 2 : ajout d'un état mémoire  $M$

$store(M, addr(X), load(M, addr(A)) + load(M, addr(B)))$

Modèle mémoire sous-jacent :  $map \{Addr_1 \mapsto A, Addr_2 \mapsto B, \dots\}$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 2 : ajout d'un état mémoire  $M$

$store(M, addr(X), load(M, addr(A)) + load(M, addr(B)))$

Modèle mémoire sous-jacent :  $map \{Addr_1 \mapsto A, Addr_2 \mapsto B, \dots\}$

ok pour les pointeurs, mais on ne peut écrire au milieu de  $x$  (respect du typage, modèle mémoire à la Java)

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 3 : encodage de  $M$  au niveau octet (ici : 3 octets)

```
let tmpA = load(M,addr(A)) @ load(M,addr(A)+1) @
load(M,addr(A)+2)
and tmpB = load(M,addr(B)) @ load(M,addr(B)+1) @
load(M,addr(B)+2)
in
let nX = tmpA+tmpB
in
  store(
    store(
      store(M, addr(X), nX[0]),
      addr(X) + 1, nX[1]),
    addr(X) + 2, nX[2])
```

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

Traduction 3 : encodage de  $M$  au niveau octet (ici : 3 octets)

```
let tmpA = load(M,addr(A)) @ load(M,addr(A)+1) @
load(M,addr(A)+2)
and tmpB = load(M,addr(B)) @ load(M,addr(B)+1) @
load(M,addr(B)+2)
in
let nX = tmpA+tmpB
in
  store(
    store(
      store(M, addr(X), nX[0]),
      addr(X) + 1, nX[1]),
    addr(X) + 2, nX[2])
```

ok pour du C ... mais la formule est complexe



Considérons l'instruction :  $x := a + b$

PB ouvert : affiner automatiquement le niveau d'abstraction de la modélisation

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions





Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- Introduction
- Préambule
- Raisonnement borné
- **Model checking abstrait**
- Abstraction de prédicat et raffinement
- Disgressions

## Ingrédients

- domaine de valeurs symboliques  $D$  représentant des *ensembles* de configuration
  - .  $\llbracket \cdot \rrbracket : D \mapsto 2^Q$
- calculs symboliques sur  $D$  copiant les calculs ensemblistes sur  $2^Q$ , **en permettant une surapproximation**
  - .  $\perp$  et  $\top$  tels que  $\llbracket \perp \rrbracket = \emptyset$  et  $\llbracket \top \rrbracket = 2^Q$
  - .  $\llbracket d \sqcup d' \rrbracket \supseteq \llbracket d \rrbracket \cup \llbracket d' \rrbracket$
  - . **si**  $d \sqsubseteq d'$  **alors**  $\llbracket d \rrbracket \subseteq \llbracket d' \rrbracket$
  - . **si**  $\text{empty}(d)$  **alors**  $\llbracket d \rrbracket = \emptyset$
- calcul de post symbolique
  - .  $\llbracket \text{post}^\#(d) \rrbracket \supseteq \text{post}(\llbracket d \rrbracket)$

Avec ça : on refait le calcul d'accessibilité, version ensembliste

- pb1 : surapprox, ne peut conclure que yes/?
- pb2 : terminaison a priori pas garantie si chemins non bornés  
[mais possible]



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

$d$  = ensembles finis de formules conjonctives  $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\}$  dans une théorie fixée  $T$

- $\llbracket d \rrbracket = \bigcup_{\varphi \in d} \llbracket \varphi \rrbracket$
- $d_1 \sqcup d_2$  = union ensembliste de  $d_1$  et  $d_2$
- $\text{empty}(d)$  ssi  $\forall \varphi \in d, \text{unsat}(\varphi)$
- **post approché** :  $\text{post}^\#(d) = \bigcup_{\varphi \in d} \alpha(\text{post}^\#(\varphi))$ 
  - .  $\alpha$  prend une formule logique  $\psi$  quelconque et retourne une formule logique  $\psi' \in T$  tq  $\psi \Rightarrow \psi'$ . Idéalement,  $\psi'$  "proche" de  $\psi$
  - . remarque : minimiser en enlevant les  $\varphi'$  unsat
- **test  $\sqsubseteq$  approché** :  
 $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \sqsubseteq \{\varphi'_1, \dots, \varphi'_n\}$   
ssi  $\forall i, \exists j$  tq  $\varphi_i \Rightarrow \varphi_j$

[vs BMC : formules moins grosses (important si coût résolution  $>$  PTIME)]





Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- Introduction
- Préambule
- Raisonnement borné
- Model checking abstrait
- **Abstraction de prédicat et raffinement**
- Disgressions



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

Problème du MC abstrait : quel domaine ?

Proposition : Predicate Abstraction

- **paramètre** : ensemble fini de prédicats  $p_1, \dots, p_n$  sur les configurations du programme
  - . ex :  $(x \geq y + 1), a == *p, \dots$
- domaine : (un ensemble de) valuations des  $p_i : p_i \mapsto \mathcal{B}$ 
  - . **ensemble fini de valeurs abstraites !**
  - . on note  $l_i$  pour  $p_i$  ou  $\neg p_i$
- sémantique :  $\llbracket (l_1, \dots, l_n) \rrbracket = \{c \mid c \models \bigwedge_i l_i\}$

On réutilise le cadre précédent

- $\sqcup$  [purement ensembliste], empty? [besoin de solveur]



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- $\sqsubseteq$  de manière +/- approchée :
  - . cf slide 21 [besoin de solveur]
  - .  $\subseteq$  au niveau des ensembles de valuations [no solveur]
- calcul de successeurs :  $post^\# : \text{valuation} \mapsto 2^{\text{valuation}}$ 
  - .  $post^\#(v) = \{v' \mid sat(v \wedge v')\} = \{v' \mid \llbracket v \rrbracket \cap \llbracket v' \rrbracket \neq \emptyset\}$



Introduction

1: `input x,z ≥ 0`

Préambule

2: `y:=x+z`

Raisonnement  
borné

3: `z:=z+5`

4: `x:=z+5`

Model checking  
abstrait

5: `assert(x ≥ 10)`

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Prédicats :  $x \geq 10$       [\* : préd. vrai ou faux]

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

```
1:  input x,z ≥ 0           (*)
2:  y:=x+z                 (*)
3:  z:=z+5                 (*)
4:  x:=z+5                 (*)
5:  assert(x ≥ 10)        (*) BAD
```





Prédicats :  $x \geq 0$ ,  $x \geq 10$       [\* : préd. vrai ou faux]

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1:	input $x, z \geq 0$	(1,*)
2:	$y := x + z$	(1,*)
3:	$z := z + 5$	(1,*)
4:	$x := z + 5$	(* , *)
5:	assert( $x \geq 10$ )	(* , *) <b>BAD</b>



Prédicats :  $x \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ,  $z \geq 5$ ,  $x \geq 10$

[\* : préd. vrai ou faux]

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1:	input $x, z \geq 0$	(1,1,*,*)
2:	$y := x + z$	(1,1,*,*)
3:	$z := z + 5$	(1,1,1,*)
4:	$x := z + 5$	(1,1,1,1)
5:	assert( $x \geq 10$ )	(1,1,1,1) OK



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

## Domaine très sympathique !

- se ramène au cas fini, donc terminaison assurée !
- mieux : on peut être très efficace
  - . se ramener complètement à booléens, sans solveur FOL
  - . et réutiliser la machinerie des BDDs
  - . à condition d'avoir précalculé la relation  $\text{post}^\#$   
(solveurs FOL utilisés seulement pendant phase de précalcul)

## Problèmes

- attention à la phase de pré-calcul !
- trouver les prédicats !

## Calcul efficace des successeurs possibles

### ■ calcul plus lazy

- . on ne calcule  $post^\#(v)$  que si nécessaire + mise en cache  
→ aide bcp si peu de valuations atteintes
- . mais coût de  $post^\#(v)$  dépend tjs de  $\#$ valuations
- . une idée : précalculer les  $l_i \Rightarrow l_j$  (quadratique) pour borner facilement les  $v'$  possibles pour  $post^\#(v)$
- . note : dépend encore de  $\#$ valuations, mais dans le pire cas

### ■ valuations plus générales : $p_i \mapsto \{1, 0, *\}$

- . plus concis :  $\{(0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$  devient  $\{(*, 1, 1)\}$

### ■ approximer plus (abstraction cartésienne)

- . remplacer  $\{(0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$  par  $\{(*, 1, *)\}$
- . précalcul de  $post^\#(v)$  dépend de  $\#$ prédicats !!  
[revient à précalculer les  $l_i \Rightarrow l_j$ ]





Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

## Counter Example Guided Refinement

- on lance un calcul de MC abstrait avec predicats  $p_1, \dots, p_n$
- supposons que le calcul de  $post^\#$  permette de trouver une trace menant à une erreur
- attention : trace abstraite, au niveau booléen
- exécution symbolique sur cette trace pour confirmer l'erreur
- vrai erreur : algorithme retourne KO
- fausse alarme : déduire un (ou des) nouveau prédicat  $p_{n+1}$  qui assurera que le même cex ne sera pas retrouvé
  - . ex : wp le long du chemin, pour localiser la perte de précision, et construire le(s) prédicat(s)
- recommencer une nouvelle predicate abstraction avec  $p_1, \dots, p_n, p_{n+1}$

# Exemple (2)



Raffinement : [\* : préd. vrai ou faux]

. prédicats :  $x \geq 10$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

```
1: input x,z ≥ 0          (*)
2: y:=x+z                (*)
3: z:=z+5                 (*)
4: x:=z+5                 (*)
5: assert(x ≥ 10)        (*) BAD
```

# Exemple (2)



Raffinement :      [\* : préd. vrai ou faux]

. prédicats :  $x \geq 10$

Maintenant : weakest precondition à partir de 15

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1: input $x, z \geq 0$	(*)	$[z \geq 0]$
2: $y := x + z$	(*)	$[z \geq 0]$
3: $z := z + 5$	(*)	$[z \geq 5]$
4: $x := z + 5$	(*)	$[x \geq 10]$
5: assert( $x \geq 10$ )	(*)	<b>BAD</b>

# Exemple (2)



Raffinement :  $[* : \text{préd. vrai ou faux}]$

. prédicats :  $x \geq 10$

Maintenant : weakest precondition à partir de 15

On recommence avec les prédicats trouvés :  $z \geq 0$ ,  $z \geq 5$ ,  $x \geq 10$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1:	input $x, z \geq 0$	$(1, *, *)$
2:	$y := x + z$	$(1, *, *)$
3:	$z := z + 5$	$(1, 1, *)$
4:	$x := z + 5$	$(1, 1, 1)$
5:	assert $(x \geq 10)$	$(1, 1, 1)$ OK





- raffiner juste où il faut : lazy cegar
- diminuer le nombre de points d'abstraction/raffinement : large-block encoding
- meilleur choix de prédicat : interpolants
- intégration fine raffinement / calcul abstrait (pas de pré-calcul) : property-directed reachability

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions



Prédicats locaux : [\* : préd. vrai ou faux]

- . l1 :  $x \geq 0, z \geq 0$
- . l2 :  $x \geq 0, z \geq 0$
- . l3 :  $z \geq 5$
- . l4 :  $z \geq 5, x \geq 10$
- . l5 :  $x \geq 10$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1:	<code>input x,z</code>	$\geq 0$	(1,1)
2:	<code>y:=x+z</code>		(1,1)
3:	<code>z:=z+5</code>		(1)
4:	<code>x:=z+5</code>		(1,1)
5:	<code>assert(x</code>	$\geq 10)$	(1) OK



Prédicats locaux : [\* : préd. vrai ou faux]

- . 11 :  $x \geq 0, z \geq 0$
- . 12 :  $x \geq 0, z \geq 0$
- . 13 :  $z \geq 5$
- . 14 :  $z \geq 5, x \geq 10$
- . 15 :  $x \geq 10$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1:	input $x, z \geq 0$	(1,1)
2:	$y := x + z$	(1,1)
3:	$z := z + 5$	(1)
4:	$x := z + 5$	(1,1)
5:	assert( $x \geq 10$ )	(1) OK

Se combine bien avec le raffinement de domaine !



Large-block encoding : [\* : préd. vrai ou faux]  
· 12,13,14 considérés comme un seul block  
· prédicats :  $z \geq 0$ ,  $x \geq 10$

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

1: input $x, z \geq 0$	(1,*)
2-4: $y := x + z$ $z := z + 5$ $x := z + 5$	(1,1)
5: assert ( $x \geq 10$ )	(1,1) OK



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

- Introduction
- Préambule
- Raisonnement borné
- Model checking abstrait
- Abstraction de prédicat et raffinement
- **Disgressions**



Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

approach	yes	no	termination
BMC/DSE	✗	✓	✓
k-induction	✓	✗	✓
abstract model checking	✓	✗	✗
predicate abstraction	✓	✗	✓
cegar	✓	✓	✗



- **Static Driver Verifier** (2002, Microsoft) : vérification de drivers (internes, tiers)
  - . cegar + interprétation abstraite + mc infini (pushdown systems)
- **SAGE** (2008, Microsoft) : “smart fuzzing” intensif de composants critiques
  - . exécution dynamique symbolique
- **Prover Technology** (outils pour l’industrie ferroviaire)
  - . BMC et k-induction
- **TLA+** (??, Microsoft, utilisé par Amazon) : vérification de protocoles de Cloud
  - . LTL + FOL, débogage par model checking concret, preuve par système interactif
- **Cubicle** (Uni. Orsay, cas d’étude Intel) : vérification de protocoles de cohérence de cache
  - . cf suite du cours de Sylvain Conchon

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions

WP : calcul de weakest precondition

AI : interprétation abstraite



- **MC abstrait et AI** : essentiellement un problème de curseur, entre développer les traces (précision) ou fusionner au maximum l'info (terminaison)
  - ▶ raison historique : AI plutôt sur invariance, MC plutôt sur safety
  - ▶ les 2 se rapprochent : trace partitioning (AI) et abstractions (MC)
- **MC abstrait / AI et WP** : un problème d'expressivité (domaines restreints ou FOL), et le problème de la gestion des boucles
  - ▶ raison historique : WP plutôt sur correction fonctionnelle, MC/AI plutôt sur erreur d'exécution / de séquençement
  - ▶ technos pour BMC et WP sont maintenant très proches ...

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions





- PA : permet de gérer un ensemble infini de configurations (données)
  - . mais ne peut rien pour **une structure de contrôle infinie** !
  - . ex : fonctions récursives,  $\#$  arbitraire de process
- Certaines classes étudiées pour le model checking  $\infty$  gèrent un **contrôle infini** (mais des **données finies**)
  - . pushdown systems : récursivité
  - . réseaux de Petri :  $\#$  arbitraire de process (via counting abstraction)
- On peut combiner dans certains cas !
  - . SDV

Introduction

Préambule

Raisonnement borné

Model checking abstrait

Abstraction de prédicat et raffinement

Disgressions



- le software model checking fonctionne !
- attention, plus robuste pour le debug que pour la preuve
- tendance : se ramène de + en + à la logique
- remarque 1 : on a perdu la liveness ...
- remarque 2 : langages plus évolués (objets, fonctionnels) ou plus bas (asm) ?

Introduction

Préambule

Raisonnement  
borné

Model checking  
abstrait

Abstraction de  
prédicat et  
raffinement

Disgressions